

# Die Logik des Gesetzes

## Integrale — Studium Generale

Uwe Scheffler

[Technische Universität Dresden]

Mai 2013



# Beispiele

**Grundgesetz** Alle Menschen sind vor dem Gesetz gleich.

**Straßenverkehrsordnung** Jeder Verkehrsteilnehmer hat sich so zu verhalten, dass kein Anderer geschädigt, gefährdet oder mehr, als nach den Umständen unvermeidbar, behindert oder belästigt wird.

**INSM** Je geringer die Rendite eines Unternehmens ist, desto stärker wird es durch die Vermögensteuer belastet.

**Ranke** Jedes Jahrhundert hat die Tendenz, sich als das fortgeschrittene zu betrachten und alle andern nur nach seiner Idee abzumessen.

**Einstein** Für zwei mit konstanter Geschwindigkeit gegeneinander bewegte Beobachter sind die Gesetze der Physik dieselben.

**Arithmetik**  $x + 0 = x$ .

**Logik**  $\forall x(P(x) \supset Q(x)) \wedge P(a) \supset Q(a)$ .

# Wozu brauchen wir Gesetze?

**Erklärung** Wenn zwei Tatsachen  $f(j)$  und  $g(j)$  vorliegen, dann erklärt ein Gesetz „Wenn  $f$ , dann  $g$ “  $g(j)$  aus  $f(j)$ .

**Voraussage** Wenn  $f(j)$  und ein Gesetz „Wenn  $f$ , dann  $g$ “ vorliegen, dann erwarten wir  $g(j)$ .

**Systematisierung** Wissen läßt sich in Gesetzeswissen und Tatsachenwissen unterteilen.

# Gemeinsamkeiten und Differenzen

- allgemein** alle Menschen, Verkehrsteilnehmer, Unternehmen . . .
- konditional** wenn – eine Bedingung – , dann – hat zu erfolgen, erfolgt –
- normativ?** Grundgesetz JA, Naturgesetz NEIN
- sicher?** unterschiedlich
- zeitbezug?** oft, nicht immer

# Was ist das PHILOSOPHISCHE Problem mit Naturgesetzen?

- ▶ Was sind Gesetze? Gibt es etwas, was den Gesetzesaussagen entspricht?
- ▶ Nicht alle Verallgemeinerungen sind Gesetze, vgl. Gold- und Urankugeln ...
- ▶ Wie kommt man zu Gesetzen? Das Induktionsproblem.
- ▶ Viele Gesetze sind genau genommen leer.
- ▶ Woher kommt die Notwendigkeit?
- ▶ Was tun mit den Ausnahmen?

# Gesetzesaussagen

**Form** Für alle Gegenstände (einer Art) gilt: Wenn sie die  $f$ -Eigenschaft haben, haben sie auch die  $g$ -Eigenschaft

$$\forall i(f(i) \supset g(i))$$

**Funktion** Eine solche Aussage ist Gesetz in einem logischen System.

LOGISCHE SYSTEME sind Aussagenmengen in einer Sprache, die idealerweise durch Axiome und eine Ableitbarkeitsbeziehung gegeben werden.

GESETZE im System nennt man die Axiome und die ableitbaren Aussagen.

**Auswahl** Nicht alle wahren Aussagen sind ableitbar. Der Gesetzescharakter hängt davon ab, welches System gewählt wurde.

# Die Rolle der Implikation

	$A$	$B$	$A \supset B$
1.	$w$	$w$	$w$
2.	$w$	$f$	$f$
3.	$f$	$w$	$w$
4.	$f$	$f$	$w$

**1.,3. Zeile** Ist das Hinterglied wahr, ist die Implikation wahr.  
Wahre Aussagen folgen aus beliebigen Aussagen.

**3.,4. Zeile** Ist das Vorderglied falsch, ist die Implikation wahr.  
Falsche Aussagen implizieren beliebige Aussagen.

(Lösung: Nicht-wahrheitsfunktionale Implikationen, wie etwa modale, relevante, konditionale.)

# Universalien

**Universalien** sind die Entitäten, die anderen zugesprochen (prädiziert) werden können.

**Singuläre** Kausalrelationen verbinden einzelne Ereignisse: Dieser Kurzschluß verursachte jenen Brand.

**Generelle** Kausalrelationen verbinden Ereignistypen: Rauchen verursacht Krebs.

**Form** Wenn alle  $f$ s die  $g$ -Eigenschaft haben, sind die Universalien  $F$ (-heit) und  $G$ (-heit) durch eine Relation nicht-logischer Art „Necessitation“ verbunden:  
 $N(F, G)$ .

**Interpretation** Für  $N$  muß gelten:  $N(F, G) \wedge f(i) \supset g(i)$ . Ein Vorschlag:  $N$  ist eine (die?) Kausalrelation sowohl für singuläre als auch für generelle Kausalität.



# Die wichtigen Fragen

- ▶ Worauf beziehen sich Gesetze? Auf die Welt, auf Modelle, auf sprachliche Konstrukte?
- ▶ Können Gesetze wirklich erklären und voraussagen?

# Was sind logische Gesetze?

**Beispiele** Es ist eben so, wie es ist. Die Sonne wird aufgehen, oder sie wird nicht aufgehen.

**Hintergrund** Daß es so ist wie es ist, ist genau dann wahr, wenn es so ist wie es ist. Es ist wahr, daß die Sonne aufgehen wird, oder es ist nicht wahr, daß die Sonne aufgehen wird.

Oder: man kann's beweisen, ohne auf  
Tatsachenwissen zurückzugreifen.

**klassische Beispiele**  $\sim(A \wedge \sim A)$ ,  $A \vee \sim A$ ,  $A \equiv A$ ,  $\forall i(f(i) \supset f(j))$

# Konzeptionen

**Substitution** Wenn bei einer gleichförmigen Ersetzung der bedeutungstragenden Termini in einem Satz immer wieder ein Satz mit dem selben Wahrheitswert herauskommt, ist der Satz ein logisches Gesetz.

**Modelle** Wenn der Satz in jeder (auch hypothetischen) Welt wahr ist – unabhängig woraus sie besteht und unabhängig wie wir die Worte verwenden –, dann ist er ein logisches Gesetz.

**Beweis** Wenn ein Satz in einem (geeigneten formalen) System bewiesen werden kann, ist er ein Gesetz.

- ▶ Das ist nicht dasselbe!
- ▶ Man kann das nicht immer wissen!

# Was kann man mit logischen Gesetzen anfangen?

**Syllogismen** Wenn alle  $S$  auch  $M$  sind und alle  $M$  sind  $P$ , dann sind alle  $S$  auch  $P$ .

**Aussagenlogik** Wenn gilt Wenn  $A$  so  $B$  und es gilt auch  $A$ , dann gilt auch  $B$ .

**Prädikatenlogik** Wenn alles  $f$  und  $g$  ist, dann ist alles  $f$  und auch alles  $g$ .

Alle Griechen sind Menschen. Alle Menschen sind klug. ALSO sind alle Griechen klug.

Wenn es regnet wird die Straße naß. Es regnet. ALSO wird die Straße naß.

Alles sehnt sich nach Bildung und Streben. ALSO sehnt sich alles nach Bildung und alles sehnt sich nach Streben.

# Ein wenig mehr Informationen

Intro zu *Nature's Principles*

Literatur zur Intro



John W. Carroll.

Laws of nature.

In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Spring 2012 edition, 2012.



Jan Faye, Paul Needham, Uwe Scheffler, and Max Urchs,  
editors.

*Nature's Principles*, Dordrecht, Berlin, Heidelberg, New York,  
2005. Springer.

[Verschiedene Aspekte zu „Naturgesetze“ und eine längere  
Einführung].