Traditionelle Logik

Dr. Uwe Scheffler

(Technische Universität Dresden)

Januar 2011

Wer und Wann

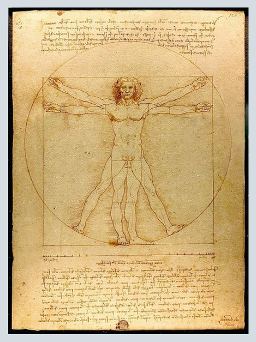
- Aristoteles,
  4. Jh. v.Chr.
- Schüler Platons
- Lehrer von Alexander dem Großen
- Organon

- Von den Kategorien (Categoriae)
- Lehre vom Satz oder Peri hermeneias (De Interpretatione)
- Lehre vom Schluss oder Erste Analytik (Analytica priora)
- Lehre vom Beweis oder Zweite Analytik (Analytica posteriora)
- Sophistische Widerlegungen (Sophistici Elenchi)

Wie soll man leben?

Protagoras: *Der Mensch ist das Maß aller Dinge.*

- Relativität der Sinneswahrnehmung
- Relativität der (politischen und moralischen) Sitten



Wonach streben wir wirklich?

Terminiarten

Aristoteles	Beispiel	Funktion	**FOL**
1. Substanz	Sokrates	referierend	IK
2. Substanz	Mensch	referierend	PK
Akzidenz	weiß	prädikabel	PK

Bei Aristoteles: Termini für 2. Substanzen lassen sich prädikativ und referierend verwenden:

- Aristoteles ist ein Mensch (ist menschlich) – prädikativ
- Ein Mensch ist weiß – referierend

Urteilsarten

Schema: 1 Prädikat kommt Subjekt (nicht) zu.

- Prädikat, Objekt – generelle Termini
- „deutschere" Formulierung: *S* ist (sind) *P*
- Qualität: Zuschreiben oder Absprechen;

Quantität: Über alle oder über einige

allgemein-behauptend	partikulär-behauptend
Alle *S* sind *P*	Einige *S* sind *P*
SaP	*SiP*

allgemein-verneinend	partikulär-verneinend
Kein *S* ist *P*	Einige *S* sind nicht *P*
SeP	*SoP*

Beispiele

Alle Griechen sind Menschen.

Alle $(\text{Griechen})_S$ sind $(\text{Menschen})_P$.

Alle Menschen sind vernünftig.

Alle $(\text{Menschen})_S$ sind $(\text{Vernünftige})_P$.

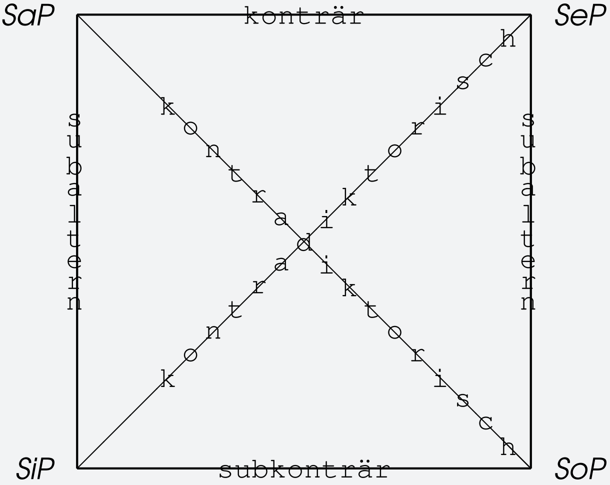
Einige Vernünftige mögen Adam nicht.

Einige $(\text{Vernünftige})_S$ sind nicht $(\text{Adam-Mögende})_P$.

Wer Adam mag, hat Geld.

Alle $(\text{Adam-Mögende})_S$ sind $(\text{Geld-Habende})_P$.

Das logische Quadrat



Schlüsse im logischen Quadrat

subaltern

Wahrheit wird vererbt

$SaP \supset SiP$
$SeP \supset SoP$

konträr

nicht beide wahr

$SaP \supset \sim SeP$
$SeP \supset \sim SaP$

subkonträr

nicht beide falsch

$\sim SiP \supset SoP$
$\sim SoP \supset SiP$

kontradiktorisch

nicht beide wahr und
nicht beide falsch

$SaP \equiv \sim SoP$
$SeP \equiv \sim SiP$

Der Syllogismus

Ein Syllogismus ist ein Schluß aus zwei kategorischen Aussagen auf eine dritte, bei dem drei Termini eine Rolle spielen. Der nicht in der Konklusion vorkommende („mittlere") Terminus kommt in beiden Prämissen vor und der Ort des Vorkommens dient zu einer ersten Systematisierung. Die Prämisse, die das Prädikat der Konklusion enthält, wird „große" genannt und zuerst geschrieben.

Beispiel: 1 Alle Menschen sind vernünftig; alle Griechen sind Menschen – also sind alle Griechen vernünftig.

Erste Figur	Zweite Figur	Dritte Figur	Vierte Figur
$\dfrac{\begin{array}{cc} M & P \\ S & M \end{array}}{\begin{array}{cc} S & P \end{array}}$	$\dfrac{\begin{array}{cc} P & M \\ S & M \end{array}}{\begin{array}{cc} S & P \end{array}}$	$\dfrac{\begin{array}{cc} M & P \\ M & S \end{array}}{\begin{array}{cc} S & P \end{array}}$	$\dfrac{\begin{array}{cc} P & M \\ M & S \end{array}}{\begin{array}{cc} S & P \end{array}}$

Tabelle: Die Figuren der Syllogismen

Die gültigen Syllogismen

In jedem Modus kann man „a“, „i“, „e“ oder „o“ einsetzen und erhält jeweils einen Syllogismus.

Erste Figur	$\begin{array}{c} MaP \\ SaM \\ \hline SaP \end{array}$	$\begin{array}{c} MeP \\ SaM \\ \hline SeP \end{array}$	$\begin{array}{c} MaP \\ SiM \\ \hline SiP \end{array}$	$\begin{array}{c} MeP \\ SiM \\ \hline SoP \end{array}$	$\begin{array}{c} MaP \\ SaM \\ \hline SiP \end{array}$	$\begin{array}{c} MeP \\ SaM \\ \hline SoP \end{array}$
Zweite Figur	$\begin{array}{c} PeM \\ SaM \\ \hline SeP \end{array}$	$\begin{array}{c} PaM \\ SeM \\ \hline SeP \end{array}$	$\begin{array}{c} PeM \\ SiM \\ \hline SoP \end{array}$	$\begin{array}{c} PaM \\ SoM \\ \hline SoP \end{array}$	$\begin{array}{c} PeM \\ SaM \\ \hline SoP \end{array}$	$\begin{array}{c} PaM \\ SeM \\ \hline SoP \end{array}$
Dritte Figur	$\begin{array}{c} MaP \\ MaS \\ \hline SiP \end{array}$	$\begin{array}{c} MiP \\ MaS \\ \hline SiP \end{array}$	$\begin{array}{c} MaP \\ MiS \\ \hline SiP \end{array}$	$\begin{array}{c} MeP \\ MaS \\ \hline SoP \end{array}$	$\begin{array}{c} MoP \\ MaS \\ \hline SoP \end{array}$	$\begin{array}{c} MeP \\ MiS \\ \hline SoP \end{array}$
Vierte Figur	$\begin{array}{c} PaM \\ MaS \\ \hline SiP \end{array}$	$\begin{array}{c} PaM \\ MeS \\ \hline SeP \end{array}$	$\begin{array}{c} PiM \\ MaS \\ \hline SiP \end{array}$	$\begin{array}{c} PeM \\ MaS \\ \hline SoP \end{array}$	$\begin{array}{c} PeM \\ MiS \\ \hline SoP \end{array}$	$\begin{array}{c} PaM \\ MeS \\ \hline SoP \end{array}$

Tabelle: Die gültigen Modi

Metatheorie

1. Kein gültiger Syllogismus hat zwei negative Prämissen.
2. Kein gültiger Syllogismus hat zwei partikuläre Prämissen.
3. Ein gültiger Syllogismus mit bejahender Konklusion hat zwei bejahende Prämissen.
4. Ein gültiger Syllogismus mit verneinender Konklusion hat eine negative Prämisse.
5. Ein gültiger Syllogismus mit universaler Konklusion hat zwei universale Prämissen.

Alle gültigen Syllogismen können auf die beiden universalen Syllogismen der ersten Figur zurückgeführt werden.

Namen der Syllogismen

Barbara, Celarent, Darii, Ferio – que prioris
Cesare, Camestres, Festino, Baroco secundae
Tertia Darapti, Disamis, Datisi, Felapton,
Bocardo, Ferison habet. Quarta insuper addit
Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesapo, Fresison.

- Vokale legen die Quantität und Qualität fest
- Weitere Informationen über gegenseitige Abhängigkeiten

Felapton: Wenn *MeP* und *MaS*, so *SoP*.
Kein Ereignis ist vorhersehbar.
Alle Ereignisse sind determiniert.
Also ist einiges Determiniertes nicht vorhersehbar.

Felapton

Wenn *MeP* und *MaS*, so *SoP*.

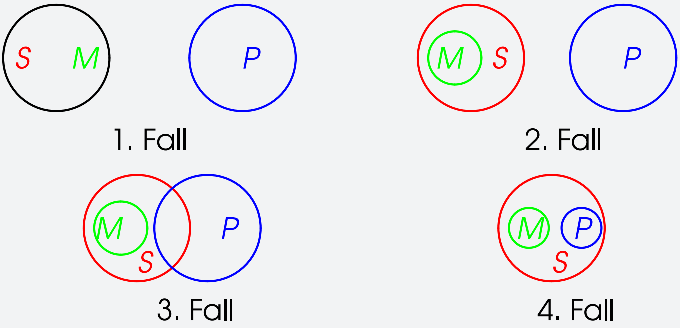


Abbildung: Felapton

Rekonstruktion der traditionellen Logik in **FOL**

	Übersetzung
SaP	$\forall x(S(x) \supset P(x))$
SiP	$\exists x(S(x) \wedge P(x))$
SeP	$\sim\exists x(S(x) \wedge P(x))$
SoP	$\exists x(S(x) \wedge \sim P(x))$

Tabelle: Übersetzungen der kategorischen Urteile

Nicht alle traditionell gültigen Schlüsse sind als Übersetzung klassisch gültig: $SaP \vdash_{\text{trad}} SiP$ gilt, aber nicht $\forall x(S(x) \supset P(x)) \vdash_{\textbf{FOL}} \exists x(S(x) \wedge P(x))$

Sei A^* die Übersetzung einer kategorischen Aussage A der traditionellen Logik in die Sprache der **FOL** und $\{K\} = \{\exists i f(i)\}$ für alle einstelligen Prädikatkonstanten f. Dann gilt: Wenn $\vdash_{\text{trad}} A$, dann $\{K\} \vdash_{\textbf{FOL}} A^*$.