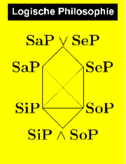
# Logik zur Einführung

Dr. Uwe Scheffler

(Technische Universität Dresden)

Oktober 2011



# Bitte zur Kenntnis nehmen:

Informationen finden Sie auf
**http://www.sodass.net/Dresden/Logik4.htm**

Organisatorisches wird **morgen in der Übungszeit** besprochen. Die Tutoren werden sich dann vorstellen.

Dr. Grajners „Russells Probleme der Philosophie" wurde verlegt auf Donnerstag, 13:00, ABS 213

# Der Teufel!

Mein theurer Freund, ich rath′ euch drum
Zuerst Collegium Logicum.
Da wird der Geist euch wohl dressirt,
In spanische Stiefeln eingeschnürt,
Daß er bedächtiger so fortan
Hinschleiche die Gedankenbahn,
Und nicht etwa, die Kreuz und Quer,
Irrlichtelire hin und her.
Dann lehret man euch manchen Tag,
Daß, was ihr sonst auf einen Schlag
Getrieben, wie Essen und Trinken frei,
Eins! Zwei! Drei! dazu nöthig sei.

# Harte Regeln!?

Alle Orcas sind keine Fische.
Willy ist ein Orca.

(!) Willy ist kein Fisch.




Kein Orca ist ein Fisch.
Nemo ist kein Orca.

(?) Nemo ist ein Fisch.

# Harte Regeln!?

Alle Orcas sind keine Fische.
Willy ist ein Orca.

(!) Willy ist kein Fisch.



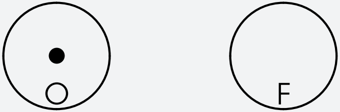

Kein Orca ist ein Fisch.
Nemo ist kein Orca.

(?) Nemo ist ein Fisch.

# Harte Regeln!?

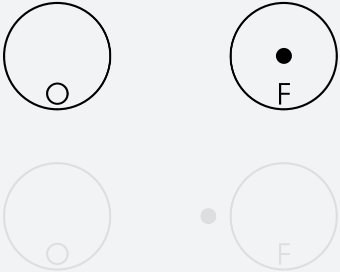
Alle Orcas sind keine Fische.
Willy ist ein Orca.

(!) Willy ist kein Fisch.




Kein Orca ist ein Fisch.
Nemo ist kein Orca.

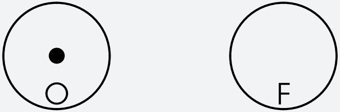
(?) Nemo ist ein Fisch.



# Harte Regeln!?

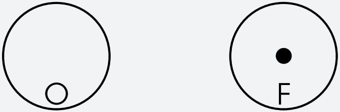
Alle Orcas sind keine Fische.
Willy ist ein Orca.

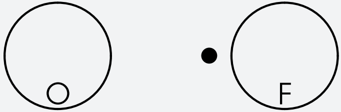
(!) Willy ist kein Fisch.




Kein Orca ist ein Fisch.
Nemo ist kein Orca.

(?) Nemo ist ein Fisch.



# Brad Pitt in Schwierigkeiten, Lewis Carroll

A Alle Orcas sind keine Fische.
B Willy ist ein Orca.
Z Willy ist kein Fisch.
C Wenn A und B, dann Z.
D Wenn A, B und C, dann Z.
⋮ ⋮

**Das Münchhausen–Trilemma**

1. Unendlicher Regress
2. Dogmatischer Abbruch
3. Böser Zirkel

# Brad Pitt in Schwierigkeiten, Lewis Carroll

A Alle Orcas sind keine Fische.
B Willy ist ein Orca.
Z Willy ist kein Fisch.

C Wenn A und B, dann Z.

D Wenn A, B und C, dann Z.

⋮ ⋮

**Das Münchhausen–Trilemma**

1. Unendlicher Regress
2. Dogmatischer Abbruch
3. Böser Zirkel

# Brad Pitt in Schwierigkeiten, Lewis Carroll

A Alle Orcas sind keine Fische.

B Willy ist ein Orca.

Z Willy ist kein Fisch.

C Wenn A und B, dann Z.

D Wenn A, B und C, dann Z.

⋮ ⋮

**Das Münchhausen–Trilemma**

1. Unendlicher Regress
2. Dogmatischer Abbruch
3. Böser Zirkel

# Brad Pitt in Schwierigkeiten, Lewis Carroll

A Alle Orcas sind keine Fische.

B Willy ist ein Orca.

Z Willy ist kein Fisch.

C Wenn A und B, dann Z.

D Wenn A, B und C, dann Z.

⋮ ⋮

**Das Münchhausen–Trilemma**

1. Unendlicher Regress
2. Dogmatischer Abbruch
3. Böser Zirkel

# Brad Pitt in Schwierigkeiten, Lewis Carroll

A Alle Orcas sind keine Fische.

B Willy ist ein Orca.

Z Willy ist kein Fisch.

C Wenn A und B, dann Z.

D Wenn A, B und C, dann Z.

⋮ ⋮

**Das Münchhausen–Trilemma**

1. Unendlicher Regress
2. Dogmatischer Abbruch
3. Böser Zirkel

# Sprache

Singuläre Termini wie „Achilles“, „der Äquator“, „das berühmteste Liebespaar der Antike“ bezeichnen einzelne Gegenstände; konkrete, abstrakte, Paare und Tripel . . .

Generelle Termini wie „Mensch“, „Zahl“, „berühmtes Liebespaar“ bezeichnen Mengen von Gegenständen; einzelnen, abstrakten, Paaren . . .

Prädikattermini wie „rennt“, „liegt zwischen“, „verheiratet mit“ bezeichnen Mengen von Gegenständen; einzelnen, abstrakten, Paaren . . .

# Semantik

Wahr ist ein Satz genau dann, wenn der Fall ist, was der Satz behauptet.

Logisch wahr ist ein Satz, wenn er unter beliebigen Umständen wahr ist.

Logisch folgt ein Satz aus anderen, wenn er unter allen Umständen wahr ist, unter denen die anderen alle wahr sind.

# Beweistheorie

Bewiesen ist ein Satz genau dann, wenn man ihn mit den akzeptieren Regeln aus einer leeren Prämissenmenge herleiten kann.

Akzeptierte Regeln bilden ein System, das bestimmte wünschenswerte Eigenschaften hat.

Nicht-Entscheidbar ist das System in folgendem Sinne: Es gibt kein automatisches Beweisverfahren, das für einen beliebigen Satz in endlich vielen Schritten feststellt, daß er logisch wahr bzw. nicht logisch wahr ist.

# Was wir brauchen

Bausteine mit denen man alle möglichen Umstände und was der Fall ist modellieren kann: Gegenstände und Mengen von Gegenständen.

Eine Sprache mit der mann Sätze darstellen und Regeln für Beweise ausdrücken kann.

Formale Begriffe für die logische Folgebeziehung und Beweisbarkeit.

# Mengen und Elemente

**Menge** nennt man jede als Ganzes gefaßte Vielheit von beliebigen (konkreten und abstrakten) Gegenständen.

**Element** nennt man die zusammengefaßten Gegenstände.

**Mengenbildung** geschieht über Aufzählung oder Eigenschaften.

die Menge der Zahlen 2, 3, 5, 7; die Menge der Berge Kilimandsharo und Mount Everest
die Primzahlen unter 10; die Achttausender

**Untermenge** einer Menge $K$ ist jede Menge, deren Elemente alle in $K$ sind.
$L \subset K$ genau dann,
wenn für alle $e \in L$ auch gilt $e \in K$

# Mengen und Elemente

**Menge** nennt man jede als Ganzes gefaßte Vielheit von beliebigen (konkreten und abstrakten) Gegenständen.

**Element** nennt man die zusammengefaßten Gegenstände.

**Mengenbildung** geschieht über Aufzählung oder Eigenschaften.
die Menge der Zahlen 2, 3, 5, 7; die Menge der Berge Kilimandsharo und Mount Everest
die Primzahlen unter 10; die Achttausender

**Untermenge** einer Menge $K$ ist jede Menge, deren Elemente alle in $K$ sind.
$L \subset K$ genau dann,
wenn für alle $e \in L$ auch gilt $e \in K$

# Mengen und Elemente

**Menge** nennt man jede als Ganzes gefaßte Vielheit von beliebigen (konkreten und abstrakten) Gegenständen.
$\{e_1, \ldots, e_n\}$ – die Menge aus $e_1, e_2, \ldots, e_n$

**Element** nennt man die zusammengefaßten Gegenstände.
$e_1 \in \{e_1, \ldots, e_n\}$ – „$e_1$ ist Element der Menge"

**Mengenbildung** geschieht über Aufzählung oder Eigenschaften.
die Menge der Zahlen 2, 3, 5, 7; die Menge der Berge Kilimandsharo und Mount Everest
die Primzahlen unter 10; die Achttausender

**Untermenge** einer Menge $K$ ist jede Menge, deren Elemente alle in $K$ sind.
$L \subseteq K$ genau dann,
wenn für alle $e \in L$ auch gilt $e \in K$

# Mengen und Elemente

**Menge** nennt man jede als Ganzes gefaßte Vielheit von beliebigen (konkreten und abstrakten) Gegenständen.

$\{e_1, \ldots, e_n\}$ – die Menge aus $e_1, e_2, \ldots, e_n$

**Element** nennt man die zusammengefaßten Gegenstände.

$e_1 \in \{e_1, \ldots, e_n\}$ – „$e_1$ ist Element der Menge“

**Mengenbildung** geschieht über Aufzählung oder Eigenschaften.

die Menge der Zahlen 2, 3, 5, 7; die Menge der Berge Kilimandsharo und Mount Everest

die Primzahlen unter 10; die Achttausender

**Untermenge** einer Menge $K$ ist jede Menge, deren Elemente alle in $K$ sind.

$L \subset K$ genau dann, wenn für alle $e \in L$ auch gilt $e \in K$

# Mengen und Elemente

**Menge** nennt man jede als Ganzes gefaßte Vielheit von beliebigen (konkreten und abstrakten) Gegenständen.
$\{e_1, \ldots, e_n\}$ – die Menge aus $e_1, e_2, \ldots, e_n$

**Element** nennt man die zusammengefaßten Gegenstände.
$e_1 \in \{e_1, \ldots, e_n\}$ – „$e_1$ ist Element der Menge“

**Mengenbildung** geschieht über Aufzählung oder Eigenschaften.
die Menge der Zahlen 2, 3, 5, 7; die Menge der Berge Kilimandsharo und Mount Everest
die Primzahlen unter 10; die Achttausender

**Untermenge** einer Menge $K$ ist jede Menge, deren Elemente alle in $K$ sind.
$L \subset K$ genau dann,
wenn für alle $e \in L$ auch gilt $e \in K$

# Mengen und Elemente

**Menge** nennt man jede als Ganzes gefaßte Vielheit von beliebigen (konkreten und abstrakten) Gegenständen.
$\{e_1, \ldots, e_n\}$ – die Menge aus $e_1, e_2, \ldots, e_n$

**Element** nennt man die zusammengefaßten Gegenstände.
$e_1 \in \{e_1, \ldots, e_n\}$ – „$e_1$ ist Element der Menge“

**Mengenbildung** geschieht über Aufzählung oder Eigenschaften.
die Menge der Zahlen 2, 3, 5, 7; die Menge der Berge Kilimandsharo und Mount Everest
die Primzahlen unter 10; die Achttausender

**Untermenge** einer Menge $K$ ist jede Menge, deren Elemente alle in $K$ sind.
$L \subseteq K$ genau dann, wenn für alle $e \in L$ auch gilt $e \in K$

# Mengen und Elemente

**Menge** nennt man jede als Ganzes gefaßte Vielheit von beliebigen (konkreten und abstrakten) Gegenständen.
$\{e_1, \ldots, e_n\}$ – die Menge aus $e_1, e_2, \ldots, e_n$

**Element** nennt man die zusammengefaßten Gegenstände.
$e_1 \in \{e_1, \ldots, e_n\}$ – „$e_1$ ist Element der Menge"

**Mengenbildung** geschieht über Aufzählung oder Eigenschaften.
die Menge der Zahlen 2, 3, 5, 7; die Menge der Berge Kilimandsharo und Mount Everest
die Primzahlen unter 10; die Achttausender

**Untermenge** einer Menge $K$ ist jede Menge, deren Elemente alle in $K$ sind.
$L \subset K$ genau dann,
wenn für alle $e \in L$ auch gilt $e \in K$

# Mengen und Elemente

**Menge** nennt man jede als Ganzes gefaßte Vielheit von beliebigen (konkreten und abstrakten) Gegenständen.
$\{e_1, \ldots, e_n\}$ – die Menge aus $e_1, e_2, \ldots, e_n$

**Element** nennt man die zusammengefaßten Gegenstände.
$e_1 \in \{e_1, \ldots, e_n\}$ – „$e_1$ ist Element der Menge"

**Mengenbildung** geschieht über Aufzählung oder Eigenschaften.
die Menge der Zahlen 2, 3, 5, 7; die Menge der Berge Kilimandsharo und Mount Everest
die Primzahlen unter 10; die Achttausender

**Untermenge** einer Menge $K$ ist jede Menge, deren Elemente alle in $K$ sind.
$L \subset K$ genau dann,
wenn für alle $e \in L$ auch gilt $e \in K$

# Besondere Mengen

Die leere Menge ist die Menge, die kein einziges Element enthält:
für alle $e$ gilt: $e \notin \emptyset$

Die universale Menge ist die Menge, die alle Elemente enthält:
für alle $e$ gilt: $e \in \mathcal{U}$

Identisch sind zwei Mengen genau dann, wenn sie in allen Elementen übereinstimmen:
$M_1 = M_2$ genau dann, wenn für alle $e$ gilt:
$e \in M_1$ genau dann, wenn $e \in M_2$

# Kartesische Produkte

Kartesisches Produkt zweier Mengen $K$ und $L$ wird die Menge aller geordneten Paare genannt, deren erstes Element aus $K$ und deren zweites aus $L$ ist.

$K \times L = \{\langle d, e \rangle : d \in K \text{ und } e \in L\}$

$\{$Anna,Ben$\} \times$ Kants Kritiken $=$
$\{\langle$Anna, KdrV$\rangle$, $\langle$Anna, KdpV$\rangle$, $\langle$Anna, KdU$\rangle$
$\langle$Ben, KdrV$\rangle$, $\langle$Ben, KdpV$\rangle$, $\langle$Ben, KdU$\rangle\}$

n-faches kartesisches Produkt :

$K_1 \times \ldots \times K_n =$
$\{\langle e_1, \ldots, e_n \rangle : e_1 \in K_1 \text{ und } \ldots \text{ und } e_n \in K_n\}$
(Menge aller n-Tupel . . . )

# Kartesische Produkte

**Kartesisches Produkt** zweier Mengen $K$ und $L$ wird die Menge aller geordneten Paare genannt, deren erstes Element aus $K$ und deren zweites aus $L$ ist.

$K \times L = \{\langle d, e\rangle : d \in K \text{ und } e \in L\}$

$\{\text{Anna,Ben}\} \times \text{Kants Kritiken} =$
$\{\langle \text{Anna, KdrV}\rangle, \langle \text{Anna, KdpV}\rangle, \langle \text{Anna, KdU}\rangle$
$\langle \text{Ben, KdrV}\rangle, \langle \text{Ben, KdpV}\rangle, \langle \text{Ben, KdU}\rangle\}$

**n-faches kartesisches Produkt** :

$K_1 \times \ldots \times K_n =$
$\{\langle e_1, \ldots, e_n\rangle : e_1 \in K_1 \text{ und } \ldots \text{ und } e_n \in K_n\}$
(Menge aller n-Tupel ....)

# Kartesische Produkte

Kartesisches Produkt zweier Mengen $K$ und $L$ wird die Menge aller geordneten Paare genannt, deren erstes Element aus $K$ und deren zweites aus $L$ ist.

$$K \times L = \{\langle d, e\rangle : d \in K \text{ und } e \in L\}$$

$$\{\text{Anna,Ben}\} \times \text{Kants Kritiken} =$$
$$\{\langle \text{Anna, KdrV}\rangle, \langle \text{Anna, KdpV}\rangle, \langle \text{Anna, KdU}\rangle$$
$$\langle \text{Ben, KdrV}\rangle, \langle \text{Ben, KdpV}\rangle, \langle \text{Ben, KdU}\rangle\}$$

n-faches kartesisches Produkt :

$$K_1 \times \ldots \times K_n =$$
$$\{\langle e_1, \ldots, e_n\rangle : e_1 \in K_1 \text{ und } \ldots \text{ und } e_n \in K_n\}$$

(Menge aller n-Tupel ...)

# Kartesische Produkte

Kartesisches Produkt zweier Mengen $K$ und $L$ wird die Menge aller geordneten Paare genannt, deren erstes Element aus $K$ und deren zweites aus $L$ ist.

$K \times L = \{\langle d, e\rangle : d \in K \text{ und } e \in L\}$

$\{\text{Anna,Ben}\} \times \text{Kants Kritiken} =$
$\{\langle \text{Anna, KdrV}\rangle, \langle \text{Anna, KdpV}\rangle, \langle \text{Anna, KdU}\rangle$
$\langle \text{Ben, KdrV}\rangle, \langle \text{Ben, KdpV}\rangle, \langle \text{Ben, KdU}\rangle\}$

n-faches kartesisches Produkt :

$K_1 \times \ldots \times K_n =$
$\{\langle e_1, \ldots, e_n\rangle : e_1 \in K_1 \text{ und } \ldots \text{ und } e_n \in K_n\}$
(Menge aller n-Tupel ...)

# Funktionen

Funktion heißt jede Abbildung von einer Menge $K$ in eine Menge $L$, die jedes Element von $K$ auf genau ein Element von $L$ abbildet.

Sei $T = \{\mathtt{w}, \mathtt{f}\}$ – die Menge der Wahrheitswerte, $K$ – die Menge der Studenten der HU und $L$ – die Menge der Zahlen. Dann sind

`kg: koerpergroesse in cm` und `mn: matrikelnummer`

Funktionen von den Studenten in die Zahlen:
`kg`(Anna)=175; `kg`(Ben)=175; …
`mn`(Anna)=675665; `mn`(Ben)=348776; …

`vh: verheiratet`

eine Funktion von Studenten $\times$ Studenten in Wahrheitswerte:
`vh`(⟨Anna,Ben⟩)=`f`; `vh`(⟨Anna,Anna⟩)=`f`;
`vh`(⟨Chris,Dani⟩)=`w`; `vh`(⟨Dani,Chris⟩)=`w`

# Funktionen

**Funktion** heißt jede Abbildung von einer Menge $K$ in eine Menge $L$, die jedes Element von $K$ auf genau ein Element von $L$ abbildet.

Sei $T = \{\mathtt{w}, \mathtt{f}\}$ – die Menge der Wahrheitswerte, $K$ – die Menge der Studenten der HU und $L$ – die Menge der Zahlen. Dann sind

`kg: koerpergroesse in cm` und `mn: matrikelnummer`

Funktionen von den Studenten in die Zahlen:

`kg`(Anna)=175; `kg`(Ben)=175; ...

`mn`(Anna)=675665; `mn`(Ben)=348776; ...

`vh: verheiratet`

eine Funktion von Studenten × Studenten in Wahrheitswerte:

`vh`(⟨Anna,Ben⟩)=`f`; `vh`(⟨Anna,Anna⟩)=`f`;

`vh`(⟨Chris,Dani⟩)=`w`; `vh`(⟨Dani,Chris⟩)=`w`

# Funktionen

**Funktion** heißt jede Abbildung von einer Menge $K$ in eine Menge $L$, die jedes Element von $K$ auf genau ein Element von $L$ abbildet.

Sei $T = \{\mathtt{w}, \mathtt{f}\}$ – die Menge der Wahrheitswerte, $K$ – die Menge der Studenten der HU und $L$ – die Menge der Zahlen. Dann sind

`kg: koerpergroesse in cm` und `mn: matrikelnummer`

Funktionen von den Studenten in die Zahlen:

`kg`(Anna)=175; `kg`(Ben)=175; ...

`mn`(Anna)=675665; `mn`(Ben)=348776; ...

`vh: verheiratet`

eine Funktion von Studenten $\times$ Studenten in Wahrheitswerte:

`vh`($\langle$Anna,Ben$\rangle$)=`f`; `vh`($\langle$Anna,Anna$\rangle$)=`f`;

`vh`($\langle$Chris,Dani$\rangle$)=`w`; `vh`($\langle$Dani,Chris$\rangle$)=`w`

# Relationen

n-stellige Relation heißt jede Untermenge eines kartesisches Produktes $K_1 \times \ldots \times K_n$.

Verheiratet $\subset$ Menschen $\times$ Menschen
(Paare von Menschen, die miteinander verheiratet sind)

Liegt_Zwischen $\subset$ Ort $\times$ Ort $\times$ Ort
Tripel von Orten, deren erster zwischen den anderen liegt

Liegt_Zwischen $\subset$ Gegenstand $\times$ Gegenstand $\times$ Gegenstand
Tripel von Gegenständen, deren erster zwischen den anderen

Verursacht $\subset$ Agenten $\times$ Handlungen
(Paare von Menschen und Taten, die sie ausführen)

Klug $\subset$ Lebewesen
Menge der Lebewesen, die klug sind

# Relationen

n-stellige Relation heißt jede Untermenge eines kartesisches Produktes $K_1 \times \ldots \times K_n$.

Verheiratet $\subset$ Menschen $\times$ Menschen
(Paare von Menschen, die miteinander verheiratet sind)

Liegt_Zwischen $\subset$ Ort $\times$ Ort $\times$ Ort
Tripel von Orten, deren erster zwischen den anderen liegt

Liegt_Zwischen $\subset$ Gegenstand $\times$ Gegenstand $\times$ Gegenstand
Tripel von Gegenständen, deren erster zwischen den anderen

Verursacht $\subset$ Agenten $\times$ Handlungen
(Paare von Menschen und Taten, die sie ausführen)

Klug $\subset$ Lebewesen
Menge der Lebewesen, die klug sind

# Relationen

n-stellige Relation heißt jede Untermenge eines kartesisches Produktes $K_1 \times \ldots \times K_n$.

Verheiratet $\subset$ Menschen $\times$ Menschen
(Paare von Menschen, die miteinander verheiratet sind)

Liegt_Zwischen $\subset$ Ort $\times$ Ort $\times$ Ort
Tripel von Orten, deren erster zwischen den anderen liegt

Liegt_Zwischen $\subset$ Gegenstand $\times$ Gegenstand $\times$ Gegenstar
Tripel von Gegenständen, deren erster zwischen den anderen

Verursacht $\subset$ Agenten $\times$ Handlungen
(Paare von Menschen und Taten, die sie ausführen)

Klug $\subset$ Lebewesen
Menge der Lebewesen, die klug sind

# Relationen

n-stellige Relation heißt jede Untermenge eines kartesisches Produktes $K_1 \times \ldots \times K_n$.

Verheiratet $\subset$ Menschen $\times$ Menschen
(Paare von Menschen, die miteinander verheiratet sind)

Liegt_Zwischen $\subset$ Ort $\times$ Ort $\times$ Ort
Tripel von Orten, deren erster zwischen den anderen liegt

Liegt_Zwischen $\subset$ Gegenstand $\times$ Gegenstand $\times$ Gegenstar
Tripel von Gegenständen, deren erster zwischen den anderen

Verursacht $\subset$ Agenten $\times$ Handlungen
(Paare von Menschen und Taten, die sie ausführen)

Klug $\subset$ Lebewesen
Menge der Lebewesen, die klug sind

# Relationen

n-stellige Relation heißt jede Untermenge eines kartesisches Produktes $K_1 \times \ldots \times K_n$.

Verheiratet $\subset$ Menschen $\times$ Menschen
(Paare von Menschen, die miteinander verheiratet sind)

Liegt_Zwischen $\subset$ Ort $\times$ Ort $\times$ Ort
Tripel von Orten, deren erster zwischen den anderen liegt

Liegt_Zwischen $\subset$ Gegenstand $\times$ Gegenstand $\times$ Gegenstand
Tripel von Gegenständen, deren erster zwischen den anderen

Verursacht $\subset$ Agenten $\times$ Handlungen
(Paare von Menschen und Taten, die sie ausführen)

Klug $\subset$ Lebewesen
Menge der Lebewesen, die klug sind

# Relationen

n-stellige Relation heißt jede Untermenge eines kartesisches Produktes $K_1 \times \ldots \times K_n$.

Verheiratet $\subset$ Menschen $\times$ Menschen
(Paare von Menschen, die miteinander verheiratet sind)
Liegt_Zwischen $\subset$ Ort $\times$ Ort $\times$ Ort
Tripel von Orten, deren erster zwischen den anderen liegt
Liegt_Zwischen $\subset$ Gegenstand $\times$ Gegenstand $\times$ Gegenstand
Tripel von Gegenständen, deren erster zwischen den anderen
Verursacht $\subset$ Agenten $\times$ Handlungen
(Paare von Menschen und Taten, die sie ausführen)
Klug $\subset$ Lebewesen
Menge der Lebewesen, die klug sind

# Operationen über Mengen

Schnittmenge $N$ der Mengen $K$ und $L$ ist die Menge, die nur die Elemente enthält, die Element von $K$ und $L$ sind:
$N = K \cap L$ genau dann, wenn für alle $e$:
$e \in N$ dann und nur dann, wenn $e \in K$ und $e \in L$.

Vereinigungsmenge $N$ der Mengen $K$ und $L$ ist die Menge, die nur die Elemente enthält, die Element von $K$ oder $L$ sind:
$N = K \cup L$ genau dann, wenn für alle $e$:
$e \in N$ dann und nur dann, wenn $e \in K$ oder $e \in L$.

Komplementärmenge $N$ einer Menge $K$ ist die Menge, die nur die Elemente enthält, die nicht Element von $K$ sind:
$N = \overline{K}$ genau dann, wenn für alle $e$:
$e \in N$ dann und nur dann, wenn $e \notin K$.

# Operationen über Mengen

**Schnittmenge** $N$ der Mengen $K$ und $L$ ist die Menge, die nur die Elemente enthält, die Element von $K$ und $L$ sind:
$N = K \cap L$ genau dann, wenn für alle $e$:
$e \in N$ dann und nur dann, wenn $e \in K$ und $e \in L$.

**Vereinigungsmenge** $N$ der Mengen $K$ und $L$ ist die Menge, die nur die Elemente enthält, die Element von $K$ oder $L$ sind:
$N = K \cup L$ genau dann, wenn für alle $e$:
$e \in N$ dann und nur dann, wenn $e \in K$ oder $e \in L$.

**Komplementärmenge** $N$ einer Menge $K$ ist die Menge, die nur die Elemente enthält, die nicht Element von $K$ sind:
$N = \overline{K}$ genau dann, wenn für alle $e$:
$e \in N$ dann und nur dann, wenn $e \notin K$.

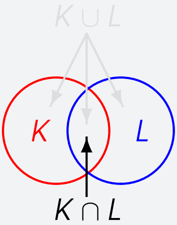
# Operationen über Mengen

**Schnittmenge** $N$ der Mengen $K$ und $L$ ist die Menge, die nur die Elemente enthält, die Element von $K$ und $L$ sind:
$N = K \cap L$ genau dann, wenn für alle $e$:
$e \in N$ dann und nur dann, wenn $e \in K$ und $e \in L$.

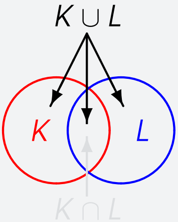
**Vereinigungsmenge** $N$ der Mengen $K$ und $L$ ist die Menge, die nur die Elemente enthält, die Element von $K$ oder $L$ sind:
$N = K \cup L$ genau dann, wenn für alle $e$:
$e \in N$ dann und nur dann, wenn $e \in K$ oder $e \in L$.

**Komplementärmenge** $N$ einer Menge $K$ ist die Menge, die nur die Elemente enthält, die nicht Element von $K$ sind:
$N = \overline{K}$ genau dann, wenn für alle $e$:
$e \in N$ dann und nur dann, wenn $e \notin K$.

# Bilder zu den Operationen (Eulersche Kreise)



# Bilder zu den Operationen (Eulersche Kreise)



# Bilder zu den Operationen (Eulersche Kreise)