3. Übungsblatt

Musterlösung

6. November

Für manche Aufgaben gibt es mehr als einen richtigen Lösungsweg. Falls Sie nicht verstehen, warum Sie nicht alle Punkte bekommen haben, sehen Sie Ihre Lösung bitte während der Sprechstunde ein. Die Übungsblätter werden nach dem Klausurtermin vernichtet.

1. Der folgende Text klingt widersprüchlich. Er ist vielleicht auch so gemeint – schließlich ist Kunst nicht Wissenschaft und argumentiert wird in der Kunst meist nicht.

Du hörst sie und du hörst sie nicht
Sie krähen wenn der Tag anbricht
Sie leben im Wasser und auf dem Land
Sie haben Instinkte und sie haben Verstand
Sie brauchen Nahrung und irgendwann
Fangen sie ein neues Leben an

- (a) Nehmen Sie den Text als Beschreibung ernst. Was ist dann – wenn er wahr sein soll – gemeint? Formulieren Sie die Zeilen so um, daß jede Zeile und alle insgesamt wahr werden. **5**

- Manche hörst du und manche hörst du nicht
Einige krähen manchmal, wenn der Tag
anbricht
Manche leben im Wasser und manche auf
dem Land
Sie alle haben Instinkte und manche haben
Verstand
Alle brauchen Nahrung und irgendwann
Verändern sie ihr Leben
(Funny van Dannen, Lebewesen)

- (b) Was muß unbedingt im Interpretationsbereich vorhanden **3**

sein?

HINWEIS: „Gegenstände“ ist zu groß, Zahlen beispielsweise brauchen wir nicht, Gerechtigkeit auch nicht.

- Lebewesen, Zeiten (Punkte oder Intervalle), Orte, Instinkt und Verstand, Eßbares, das Leben

- (c) Vergleichen Sie, welche logischen Operatoren im Ausgangstext explizit vorkommen und welche in Ihrer Version. **2**

Auffällig sind die Quantoren. Die erste Zeile könnte auch lauten: Alle Lebewesen hört man (gerade) oder man hört sie nicht . . . „sie“ heißt manchmal alle, manchmal einige. Instinkt, Verstand und Leben sind (in meiner Version) Namen, Nahrung (zu sein) ein Prädikat.

- (d) Wissen Sie, wo das herkommt? Und wer sind „sie“? **+2**

2. Beschreiben Sie (oder geben Sie ein Beispiel für ein) Modelle und wenn nötig Variablenbelegungen, in denen die folgenden Formeln wahr sind. Erklären Sie Ihre Antwort.

HINWEIS: Wie oder was sind $\mathfrak{D}, \mathfrak{I}, \mathfrak{V}$? Eine gute Antwort besteht aus (Teilen von) dieser Tabelle (und der Erklärung):

$\mathfrak{D}$	$= \{ \dots \}$	eine verbale Beschreibung einer Menge
$\mathfrak{I}(P)$	$= \{ \dots \}$	eine verbale Beschreibung einer Menge
$\mathfrak{I}(Q)$	$= \{ \dots \}$	eine verbale Beschreibung einer Menge
$\mathfrak{V}(x)$	$= d \in \mathfrak{D}$	eine verbale Beschreibung eines Elementes
$\mathfrak{V}(y)$	$= d \in \mathfrak{D}$	eine verbale Beschreibung eines Elementes

- Beachten Sie, daß es hier (wie so oft) sehr viele richtige Antworten gibt. Ich habe versucht, einigermaßen interessante und allgemeine auszuwählen. Die Aufgabe ist schwierig, haben Sie sie gut gelöst, haben Sie etwas verstanden.

- (a) $\forall x \forall y (P(x) \equiv P(y))$ **2**

Jedes Modell, dessen Interpretationsbereich nur ein einziges Element hat. Dann müssen x, y für jede Belegung auf dieses Element abgebildet werden und die Interpretation von P ist egal.

- (b) $\forall x (P(x) \equiv Q(x))$ **2**

Jedes Modell, in dem P, Q auf dieselbe Menge interpretiert sind.

- (c) $\exists x \exists y (P(x) \equiv P(y))$ **2**
Jedes Modell, in dem die Interpretation von P die leere Menge ist.
- (d) $\exists x (P(x) \equiv Q(x))$ **2**
Jedes Modell, in dem die Interpretation von P und Q sich schneiden, und eine Belegung von x im Schnitt liegt.
- (e) $\exists x \exists y (P(x) \equiv Q(y))$ **2**
Jedes Modell, in dem ein Element des Interpretationsbereiches außerhalb der Interpretation P und auch der von Q liegt.