

2. Übungsblatt

Musterlösung

20. November

Für manche Aufgaben gibt es mehr als einen richtigen Lösungsweg. Falls Sie nicht verstehen, warum Sie nicht alle Punkte bekommen haben, sehen Sie Ihre Lösung bitte während der Sprechstunde ein. Die Übungsblätter werden nach dem Klausurtermin vernichtet.

1. Überlegen Sie, welche der folgenden Aufgaben lösbar sind. Falls die Antwort „Ja“ lautet, lösen Sie sie bitte. Falls die Antwort „Nein“ lautet, begründen Sie Ihre Antwort bitte.
 - (a) Schreiben Sie eine prädikatenlogische Formel auf die so kurz ist, daß es keine kürzere gibt. **2**
 - Das ist eine beliebige Prädikatformel mit einer einstelligen Prädikatkonstanten und einer beliebigen Individuenvariablen oder Individuenkonstanten an der Argumentenstelle.
 - (b) Schreiben Sie eine prädikatenlogische Formel auf, die genau vier Klammern (zwei linke, zwei rechte) hat. **2**
 - Das geht nicht, denn eine Prädikatformel hat bereits zwei Klammern. Es bräuchte die Verwendung eines der zweistelligen Operatoren, um überhaupt weitere Klammern zu generieren – dies erfordert aber mindestens noch eine weitere (oder dieselbe) Prädikatformel und erzwingt dann mindestens insgesamt sechs Klammern.
 - (c) Schreiben Sie eine prädikatenlogische Formel auf, die nur eine Prädikatformel, jedoch alle logischen Konstanten genau einmal enthält. **2**
 - $\forall x \exists x \sim (((P(x) \wedge P(x)) \vee P(x)) \supset P(x)) \equiv P(x)$
 - (d) Schreiben Sie eine prädikatenlogische Formel auf, die nur eine Teilformel besitzt. **2**
 - Jede alleinstehende Prädikatformel.

- (e) Schreiben Sie eine prädikatenlogische Formel auf, die Vorkommen der drei Variablen x, y, z sowohl gebunden als auch frei enthält. **2**

- $(\forall x \forall y \forall z P(x, y, z) \wedge P(x, y, z))$

2. Schreiben Sie in der Sprache der Prädikatenlogik. Geben Sie an, welche Prädikatkonstanten Sie für welche Worte verwenden und was der jeweilige Grundbereich für die Quantifikation ist.

- (a) Jeder Polizist ist ein Krimineller, und alle Sünder sind Heilige, so wie auch Kopf Zahl ist. (Sympathy For The Devil) **2**

- | | |
|----------------|-------------|
| Polizist | P_1 |
| Krimineller | P_2 |
| Sünder | P_3 |
| Heiliger | P_4 |
| Identität | P_5 |
| \mathfrak{D} | Gegenstände |

$$((\forall x(P_1(x) \supset P_2(x)) \wedge \forall x(P_3(x) \supset P_4(x))) \wedge P_5(a_1, a_2))$$

- (b) Wenn aber gleich alle unsere Erkenntnis mit der Erfahrung anhebt, so entspringt sie darum doch nicht eben alle aus der Erfahrung. (Kritik der reinen Vernunft) **2**

- | | |
|-----------------|-------------|
| Erkenntnis | P_1 |
| Erfahrung | P_2 |
| anheben mit | P_3 |
| entspringen aus | P_4 |
| \mathfrak{D} | Gegenstände |

$$(\forall x(P_1(x) \supset \exists y(P_2(y) \wedge P_3(x, y))) \wedge \sim \forall x(P_1(x) \supset \exists y(P_2(y) \wedge P_4(x, y))))$$

(c) Wissen ist wahrer gerechtfertigter Glaube. (Menon)

2

- | | |
|----------------|--|
| weiß | P_1 |
| wahr | P_2 |
| gerechtfertigt | P_3 |
| glaubt | P_4 |
| \mathfrak{D} | Aussagen und
epistemische/doxastische Agenten |

$$\forall x \forall y (P_1(x, y) \equiv ((P_2(y) \wedge P_3(y)) \wedge P_4(x, y)))$$

(d) Das Pferd ist dasjenige unter den zahmen Tieren, welches die längsten Ohren hat. (Phaidros)

2

- | | |
|----------------|------------|
| Pferd | P_1 |
| zahm | P_2 |
| Tier | P_3 |
| länger | P_4 |
| Ohr | P_5 |
| haben | P_6 |
| \mathfrak{D} | Gegenstand |

$$\forall x \forall y \forall z \forall z_1 ((((((P_1(x) \wedge P_3(y)) \wedge P_2(y)) \wedge \sim P_1(y)) \wedge P_5(z)) \wedge P_5(z_1)) \wedge P_6(x, z) \wedge P_6(y, z_1)) \supset P_4(z, z_1))$$

Die Formel besagt so etwas, wie: Alle Pferde haben längere Ohren als alle anderen zahmen Tiere. Natürlich kann Platon auch gemeint haben: Für jedes zahme Tier, was nicht Pferd ist, gibt es ein Pferd mit längeren Ohren. Das müßte dann wohl anders aufgeschrieben werden.

- (e) Wer Metallgeld, Papiergeld oder Banknoten fälscht, um sie als echt in Umlauf zu bringen, wird mit Freiheitsstrafe nicht unter einem Jahr bestraft. (Strafgesetzbuch der Schweizerischen Eidgenossenschaft) **2**

- | | |
|---------------------------------|-------------------|
| Mensch | P_1 |
| Metallgeld | P_2 |
| Papiergeld | P_3 |
| Banknote | P_4 |
| fälschen | P_5 |
| will als echt in Umlauf bringen | P_6 |
| bestraft werden mit | P_7 |
| \mathfrak{D} | Gegenstand |

$$\forall x \forall y (((P_1(x) \wedge ((P_2(y) \vee P_3(y)) \vee P_4(y))) \wedge P_5(x, y)) \wedge P_6(x, y)) \supset P_7(x, a_1))$$

Wissen Sie, wo das (ungefähr) so steht? (Nicht alles ist ein klares Zitat.) **+3**