

## 2. Übungsblatt

### Musterlösung

1. Übersetzen Sie in die Sprache der Prädikatenlogik. Geben Sie bitte jeweils den Individuenbereich an und schreiben Sie eine Legende, welche formalen Ausdrücke Sie für die bedeutungstragenden Ausdrücke der natürlichen Sprache verwenden. Formalisieren Sie möglichst „tief“.

(a) In jedem Zimmer hängt ein Bild. **2**

- $\mathfrak{D}$  — Gegenstände
- Zimmer —  $P_1$
- Bild —  $P_2$
- hängt\_in\_ —  $Q$

$$\forall x(P_1(x) \supset \exists y(P_2(y) \wedge Q(y, x)))$$

(b) Jedes Bild hängt in einem Zimmer. **2**

- $\forall x(P_2(x) \supset \exists y(P_1(y) \wedge Q(x, y)))$

(c) Alle Doktoranden hängen Bilder im Zimmer mit Nägeln, Poster im Institut mit Klebestreifen und Plakate auf der Straße mit Kabelbindern auf. **4**

- $\mathfrak{D}$  — Gegenstände
- Doktorand —  $P$
- Bild —  $Q_1$
- Poster —  $Q_2$
- Plakat —  $Q_3$
- Zimmer —  $Q_4$
- Institut —  $Q_5$
- Straße —  $Q_6$
- Nagel —  $Q_7$
- Klebestreifen —  $Q_8$
- Kabelbinder —  $Q_9$
- hängt\_auf mit\_in\_ —  $R$

$$\begin{aligned}\forall x_1(P(x_1) \supset & \exists x\exists y\exists z(Q_1(x) \wedge Q_4(y) \wedge Q_7(z) \wedge R(x, y, z)) \\ & \wedge \exists x\exists y\exists z(Q_2(x) \wedge Q_5(y) \wedge Q_8(z) \wedge R(x, y, z)) \\ & \wedge \exists x\exists y\exists z(Q_3(x) \wedge Q_6(y) \wedge Q_9(z) \wedge R(x, y, z)))\end{aligned}$$

2. Falls Gott alles geschaffen hat, hat er auch das Böse geschaffen. Wenn er gut ist, hat er das Böse nicht geschaffen. Es ist aber nicht so, daß Gott das Böse geschaffen und auch nicht geschaffen hat. Also hat er nicht alles geschaffen oder aber er ist nicht gut.

- (a) Formalisieren Sie das Argument. Lassen Sie uns bitte wissen, wie Sie die bedeutungstragenden Ausdrücke übersetzt haben. **4**

• $\mathfrak{D}$	—	Gegenstände
Gott	—	$a$
das Böse	—	$b$
gut	—	$P$
_schafft_	—	$Q$

$$A_1: \forall x Q(a, x) \supset Q(a, b)$$

$$A_2: P(a) \supset \sim Q(a, b)$$

$$A_3: \sim(Q(a, b) \wedge \sim Q(a, b))$$

$$B: \sim \forall x Q(g, x) \vee \sim P(a)$$

Und das Argument hat die Form:  $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \supset B$

- (b) Bewerten Sie das Argument – halten Sie es für schlüssig? Warum, warum nicht? Erklären Sie, was für Sie „schlüssig“ ist. **2**

- Es ist zumindest korrekt: Die Prämissen ( $A_1 - A_3$ ) garantieren, sofern sie wahr sind, die Wahrheit der Schlußfolgerung. Ist die dritte Prämisse wahr, muß eines der beiden Konjunktionsglieder falsch sein. Halten wir dieses (falsche) fest und betrachten die entsprechende Subjunktion  $A_1$  oder  $A_2$ . Da die wahr sein soll, kann deren Vordersatz nicht wahr sein – so gilt die Schlußfolgerung  $B$ . Natürlich ist noch offen, *ob* alle Prämissen wahr sind. Wenn das auch der Fall ist (korrektes Argument mit wahren Prämissen), dann ist das Argument schlüssig.

- (c) Was passiert, inhaltlich und logisch, wenn es gar kein Böses gibt? **2**

- Besteht man darauf, „das Böse“ über eine Individuenkonstante zu formalisieren, so kann das Argument nicht formalisiert werden: Was Individuenkonstante ist, muß – per Interpretationsfunktion – einen Wert im Individuenbereich haben. Gibt es den nicht, ist es keine Individuenkonstante. Inhaltlich besagt das: Wenn man über das Böse auf diese Art spricht, dann gibt es es auch.

Versucht man, „das Böse“ als *etwas, das böse ist* über eine Prädikatenkonstante zu formalisieren – es gibt etwas, was böse ist und von Gott geschaffen –, wird die erste Prämisse zwar behauptbar und verständlich, aber falsch, oder aber sie ist wahr und ihr Vordersatz ist falsch. Inhaltlich ist das sicher so zu interpretieren, daß Gott tatsächlich nicht alles geschaffen hat, nichts böses nämlich.

- (d) Schreiben Sie – in der natürlichen Sprache, nicht unbedingt aus der Philosophie – ein Argument mit exakt der gleichen logischen Form auf. Ist das schlüssig? **2**

- Zunächst, wenn das Ausgangsargument korrekt (nicht korrekt) ist, muß jedes Argument mit der gleichen logischen Form korrekt (nicht korrekt) sein. Es ist die logische Form, die über die Korrektheit entscheidet. Ob es schlüssig ist, hängt dann von der Wahrheit der Prämissen ab.

Falls Anna mit jedem reden kann, dann auch mit Gott. Wenn Anna Atheistin ist, kann sie nicht mit Gott reden. Sie kann aber nicht mit Gott reden können und nicht mit ihm reden können. Also kann Anna nicht mit jedem reden oder sie ist keine Atheistin.

3. (a) Die folgende Liste von Ausdrücken sind Formeln der Metasprache (*Formelschemata*,  $A, B, C, \dots$  sind Metavariablen für Formeln der Sprache), in denen Klammern nach der Klammernkonvention „eingespart“ wurden. Restaurieren Sie *alle* weggelassenen Klammern.

1

- Die fehlenden Klammern sind in **roter Farbe** in der Zeile unter der Formel gesetzt:

$A \wedge B \supset B \wedge A$  KOMMUTATIVITÄT  
 $((A \wedge B) \supset (B \wedge A))$

$A \vee B \supset B \vee A$  KOMMUTATIVITÄT  
 $((A \vee B) \supset (B \vee A))$

$A \supset B \supset (\sim B \supset \sim A)$  KONTRAPOSITION  
 $((A \supset B) \supset (\sim B \supset \sim A))$

$A \supset (B \supset C) \supset (A \supset B \supset (A \supset C))$  FREGESCHER  
 $((A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C)))$  KETTENSCHLUSS

$A \wedge (B \wedge C) \equiv A \wedge B \vee A \wedge C$  DISTRIBUTIVITÄT  
 $((A \wedge (B \wedge C)) \equiv ((A \wedge B) \vee (A \wedge C)))$

$(A \equiv B) \supset ((B \equiv C) \supset (A \equiv C))$  TRANSITIVITÄT  
 $((A \equiv B) \supset ((B \equiv C) \supset (A \equiv C)))$

$\sim A \vee A$  AUSGESCHLOSSENES DRITTES  
 $(\sim A \vee A)$

$\sim(A \wedge \sim A)$  AUSGESCHLOSSENER WIDERSPRUCH  
 $\sim(A \wedge \sim A)$

- (b) Schreiben Sie eine möglichst kurze Formel auf, in der alle drei Punkte der Klammerkonvention verwendet worden sind.

1

- $P(a) \wedge P(a) \wedge P(a) \supset P(a)$   
 $((P(a) \wedge P(a)) \wedge P(a)) \supset P(a)$