

# 5. Übungsblatt

Abgabetermin: 16. Januar  
(Briefkasten Sekretariat Logik) bis 12:00Uhr

3. Januar 2012

*Bitte geben Sie pünktlich ab und schreiben Sie lesbar – wir können nicht werten, was wir nicht entziffern können. Tragen Sie bitte auf allen Lösungsblättern alle Namen der Mitglieder Ihrer Übungsgruppe ein. Wer noch keine Matrikelnummern angegeben hat, tue das bitte auf der ersten Seite. Sie können nach Veröffentlichung der Musterlösung während der Sprechstunde Einsicht nehmen. Verstehen Sie eine Aufgabenstellung nicht, fragen Sie bitte im Tutorium oder den Dozenten.*

1. Was bedeuten die folgenden Aussagen, warum gelten sie?
  - (a) Für alle  $A, B$  gilt: Wenn  $\vdash A$  und  $\vdash B$ , dann  $A \approx B$ . **2**
  - (b) Für alle  $A, i$ : Wenn  $\vdash A$  und  $A$  enthält die Individuenkonstante oder freie Individuenvariable  $i$ , dann gilt  $\vdash \forall j A(i/j)$ . **2**
  - (c) Für alle  $A_i, B$ : Wenn  $A_1, \dots, A_n \vdash B$  ( $1 \leq i \leq n$ ), dann ist  $\{A_1, \dots, A_n, B\}$  erfüllbar oder  $\{A_1, \dots, A_n\}$  ist inkonsistent. **2**  
[Hinweis: Der Beweis für diese Aussage ist nicht sehr schwierig, aber lang, naheliegend ist eine Induktion über die Länge der Ableitung  $A_1, \dots, A_n \vdash B$ . Mir reicht hier eine allgemeine Argumentation.]
2. Gelten die Umkehrungen der Sätze oben? (Mit „Umkehrung“ ist gemeint: Ein Satz *Wenn A so B* hat den Satz *Wenn B so A* zur Umkehrung.) Warum, oder warum nicht? Erläutern Sie bitte. **6**
3. Erläutern Sie den Unterschied zwischen folgenden beiden Aufgabenstellungen: **2**  
Zeigen Sie, daß  $\models A$ .                      Zeigen Sie, daß  $\vdash A$ .

4. Zeigen Sie:

(a)  $\vdash ((A \supset B) \supset A) \supset (B \supset A)$  **2**

(b)  $\forall x \forall y (P(x) \supset (Q(y) \supset R(y))), \forall x P(x) \supset Q(b),$  **2**  
 $(\forall x P(x) \supset \forall x P(x)) \supset \forall x P(x) \vdash R(b)$

(c)  $\exists x (P(x) \vee Q(x) \supset R(x)), \exists x \sim R(x), \forall x \forall y (R(x) \equiv R(y))$  **2**  
 $\vdash \exists x (\sim P(x) \vee \sim Q(x))$